

数学七年级上册第一章—第三章知识纲要

第一章《有理数》

一、正数与负数

1. 正数与负数表示具有相反意义的量。问：收入+10元与支出-10元意义相反吗？

2. 有理数的概念与分类

①整数和分数统称有理数，能写成两个整数之比的数就是有理数。判断：有理数可分为正有理数和负有理数（ ）

②零既不是正数，也不是负数。判断：0是最小的正整数（ ），正整数负整数统称整数（ ），正分数负分数统称分数（ ）

③有限小数和无限循环小数因都能化成分数，故都是有理数。判断：0是最小的有理数（ ）

④无限不循环小数因为不能化成两个整数之比，固称为无理数，如 π ， $\pi/2$ 等。判断：整数和小数统称有理数（ ）

二、数轴

1. 数轴三要素：原点、正方向、单位长度（另：数轴是一条有向直线）

2. 作用：1) 描点：数形结合；2) 比较大小：沿着数轴正方向数在逐渐变大；3) 直观反映互为相反数的两个点的位置关系；4) 绝对值的几何意义；5) 有理数都在数轴上，但数轴上的数并非都是有理数。

3. 数轴上点的移动规律：“正加负减”向数轴正方向（或负方向）则对应的数应加（或减）

4. 数轴上以数a和数b为端点的线段中点为a与b和的一半（如何用代数式表示？）

三、相反数

1. 定义：若 $a+b=0$ ，则a与b互为相反数 特例：因为 $0+0=0$ ，所以**0的相反数是0**

2. 性质：

①若a与b互为相反数，则 $a+b=$ ___

②-a不一定表示负数，但一定表示a的相反数（仅仅相差一个负号）

③若a与b互为相反数且都不为零， $\frac{a}{b}=$ ___

④除0以外，互为相反数的两个数总是成双成对的分布在原点两侧且到原点的距离相等。

⑤互为相反数的两个数绝对值相等，平方也相等。即： $|a|=|-a|$ ， $a^2=(-a)^2$

四、绝对值

1. 定义：在数轴上表示数a点到原点的距离，称为a的绝对值。记作 $|a|$

2. 法则：1) 正数的绝对值等于它本身；2) 0的绝对值是0；3) 负数的绝对值是它的相反数。

$$\text{即 } |a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases} \quad |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases} \quad |a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ -a & (a \leq 0) \end{cases}$$

3. 一个数的绝对值越小，说明这个数越接近0（离原点越近）。绝对值最小的有理数是0

4. 若 $a > 0$ ，则 $\frac{|a|}{a} = \frac{a}{|a|} =$ ___，若 $a < 0$ ，则 $\frac{|a|}{a} = \frac{a}{|a|} =$ ___

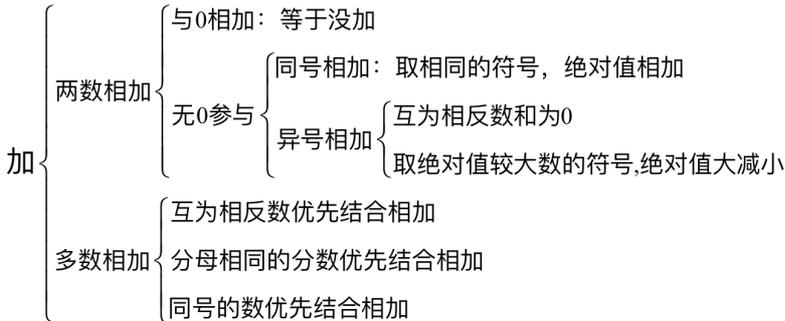
5. 数轴上数a与数b之间的距离d满足： $d =$ _____

6. 非负数的性质： $a^2 + |b| + c^2 + |d| = 0$ ，则 $a = b = c = d =$ _____

五、倒数

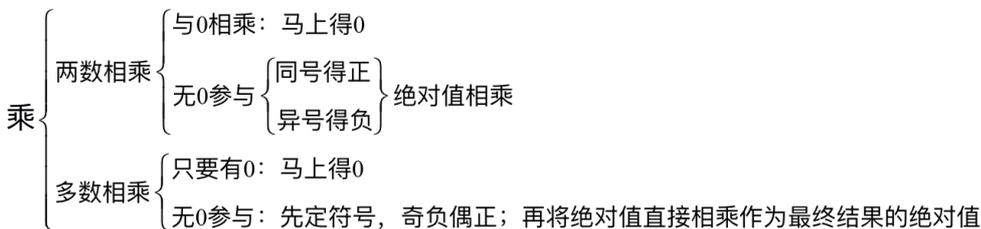
1. 定义：若 $ab=1$ ，则 a 与 b 互为倒数。注意：因为 0 乘以任何数都为 0，所以 **0 没有倒数**。
2. 若 a 与 b 互为倒数，则 $ab=1$ 。
3. 因两数相乘同号才能得正，故互为倒数的两数必定同号。所以负数的倒数肯定还是负数。
4. 求带分数的倒数要将其化为假分数，再颠倒分子分母位置（有负号的勿忘负号!）
5. 注意：只有当指明 $a \neq 0$ 时， $\frac{1}{a}$ 才能表示 a 的倒数!

六、有理数的运算

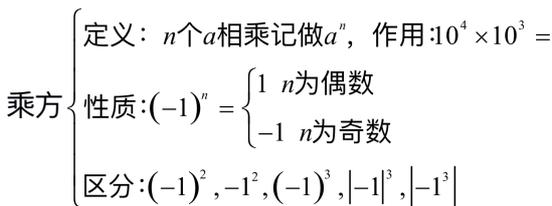


减：减去一个数等于加上这个数的相反数！切一刀就搞定

加减混合运算要求对 $-(-a), +(-a), -(+a), -|-a|$ 型符号化简相当纯熟，你行吗？



除：除以一个**不为零**的数等于乘以这个数的倒数！（两数相除也满足同号得正，异号得负的法则）



混合运算顺序：先乘方，再乘除，最后加减；对于同级运算，一般按从左到右的顺序进行；如果有括号的，先做括号内的运算，按小括号、中括号、大括号依次进行。

七、有理数的大小比较

- 1) 宏观比较法：正数 $>$ 0 $>$ 负数
 - 2) 数轴法：在数轴上右边的数总比左边的大。（沿着数轴正方向数在逐渐变大）
 - 3) 绝对值法：正数绝对值越大，数就越大；负数绝对值越大，数越小。
 - 4) 作差法：与 0 作比较。若 $a > b$ ，则 $a - b > 0$ ；若 $a = b$ ，则 $a - b = 0$ ；若 $a < b$ ，则 $a - b < 0$ 。
- 注：这就是：大数减小数等于正数，小数减大数等于负数，相等两数差为 0。

八、科学记数法，近似数，有效数字

把一个绝对值较大的数，表示为 $a \times 10^n$ ($1 \leq |a| < 10, n$ 为正整数) 称为科学记数法。

a 与原数只是小数点位置不同， n 等于 a 化为原数时小数点移动的位数

精强记 $1 \text{ 万} = 10^4$ ， $1 \text{ 亿} = 10^8$ ；确到 X 位就是指四舍五入到 X 位（这时要看 X 后面那一位上的数字）

一个数，从左边第一个不是 0 的数起到末位为止，所有的数字称为这个数的有效数字。

对于较小数，只要能准确的写出 0.0010061800 的所有有效数字即掌握有效数字概念

对于较大数，一般先用科学记数法表示， a 的有效数字即为原数的有效数字， a 的末位数字在原数中的

位置（数位）即为原数精确度；Q 万，Q 亿中 Q 的有效数字即为原数的有效数字。4.23 与 4.23 万各自精确到哪位？

第二章《整式的加减》

代数式：含有_____的算式。特例：单独的一个数也是代数式。注意：代数式中不含： $=, 3, , , ,$ ，代数式的书写规则：

- 1) 数与字母，字母与字母相乘，乘号可以省略，数字与数字相乘，乘号不能省略。
- 2) 数与字母相乘时，数要写在字母（包括带括号的多项式）前面
- 3) 带分数一定要写成假分数
- 4) 在含有字母的除法中，一般不用“ \div ”号，而写成分数的形式
- 5) 式子后面有单位时，和差形式的代数式要在单位前把代数式用括号括起来。

试列代数式：a 与 b 的差的一半，a 与 b 的一半的差，a 与 b 的平方和，a 与 b 的和的平方，a 与 b 差的绝对值，a 与 b 绝对值的差

单项式：数与字母的_____构成的代数式叫做单项式

一个书写习惯：当数字因数是 1 时，“1”省略不写；一个特例：单独的一个数也是单项式简称常数项；一个特殊字母：圆周率 π 是常数

两条判断捷径：A：单项式中不含“+”“-”号，如 $\frac{a-b}{2}$ 不是单项式。B. 单项式的分母中不含字母，如 $\frac{2bc}{3a}$ 不是单项式。

单项式中的_____叫做这个单项式的系数。单项式中_____叫做这个单项式的次

数。说出 $-\frac{2^2 pab^3}{5}$ 系数和次数

多项式：几个单项式的_____叫做多项式。在多项式中，每个单项式简称为多项式的_____。

多项式里，_____次数，就是这个多项式的次数。

练习：多项式 $9x^4 - 2x^3 + xy - 4$ ，常数项为_____，次数最高项为_____，三次项系数为_____，这个多项式是_____次_____项式。

整式：_____和_____统称为整式。

同类项：所含字母相同，并且相同字母的指数也相同的项叫做同类项，另外，所有的常数项都是同类项。

“两个相同”是指：①含有的字母相同；②相同字母的指数也分别相同

“两个无关”是指：①与系数无关；②与字母顺序无关

合并同类项：把多项式中的同类项合并成一项，叫做合并同类项。

合并同类项的法则：同类项的系数相_____，所得的结果作为系数，字母和字母的指数_____，不是同类项，_____。

去括号法则：

括号外的是“+”号，把括号和括号外的“+”号一起去掉，括号内各项的符号都_____。

括号外的是“-”号，把括号和括号外的“-”号一起去掉，括号内各项都变号（变成它的_____）。

若括号外有系数应先用乘法分配律将系数绝对值乘给括号内的每一项，再按以上法则去括号。

整式加减：把去括号，合并同类项的过程统称为整式加减。（与 X 无关=不含 X 项=X 项系数为 0）

代数式求值三个要点：

- (1) 代入准备：“先化简，再代入”——化到最简形式的标准：再也没有括号可去，再也没有同类项可合并
- (2) 代入格式：“当……时，原式=……”只有规范，才能得分！
- (3) 代入方法：“先挖坑，后填数”——保持代数式的形式不变，只是把字母换成数，注意：该带的括号不能丢！

第三章《一元一次方程》

等式性质辨析：性质 1 同加（同减）同一个数。性质 2，同乘（同除）同一个数。【性质 2 中有陷阱】

- ①若 $a=b$, 则 $3a+2=2b+3$. (), ②若 $a=b$, 则 $3a-2=3b-2$. (), ③若 $-2a+3=-2b+3$, 则 $a=b$. ()
 ④若 $ax=ay$, 则 $x=y$. () ⑤若 $a=b$, 则 $xa+y=xb+y$. () ⑥若 $xa+y=xb+y$, 则 $a=b$. ()

方程, 整式方程, 一元一次方程概念辨析

含有字母的等式叫做方程. 方程的命名: 先移项使得方程右端为 0, 判左端代数式名称定方程名称. 分母中含字母的统称分式方程.

① $5=4+1$, ② $a^2 + b^2 = 2ab$, ③ $x + y = 1$, ④ $x^2 + x - 1 = 0$, ⑤ $x = 1$, ⑥ $x + \frac{1}{x} = 3$, ⑦ $\frac{4x+3}{2} = 2$,

⑧ $\frac{2}{x+1} = 1$ 以上 8 个式子哪些是方程? 哪些是整式方程? 哪些是一元一次方程?

“方程的解”与“解方程”概念辨析

使方程中等号左右两边相等的未知数的值, 叫做方程的解. 它是一个数, 不是 x 这个字母! 而解方程是指求出方程的解的过程.

方程解的: 已知方程的解, 把解代入方程建立等式

方程的解检验方法 (验根)

把未知数的值分别代入方程的左、右两边计算它们的值, 比较两边的值是否相等. (格式还记得吗?)

解方程的一般步骤:

变形名称	具体做法	变形依据	注意事项
去分母	方程两边都乘以各分母的最小公倍数	等式性质___	① 不要漏乘不含分母的项; ② 分子是和、差的形式时, 要在分子加上括号
去括号	可按“小、中、大”的顺序去括号	乘法分配律、去括号法则	① 不要漏乘括号里面的项; ② 防止出现符号错误
移项	把含有未知数的项移到方程的一边, 其他项移到方程的另一边	等式性质___ 移项法则	① 移项要变号 ② 不要漏项
合并同类项	把方程化为 $ax=b$ ($a \neq 0$) 的形式	合并同类项法则	① 系数相加减; ② 字母和字母的指数不变
系数化为 1	方程两边都除以未知数的系数	等式性质___	① 除数不能为 0; ② 不要把分子、分母颠倒

列方程解应用题步骤: 1) 写 2) 审 3) 设 4) 找 5) 列 6) 解 7) 验 8) 答

一元一次方程应用题归类: (1) 和差倍分问题 (2) 调配问题 (3) 比例问题 (4) 配套问题 (5) 行程问题 (6) 工程问题 (7) 利息问题 (8) 盈不足问题 (9) 增长率问题 (10) 打折销售与利润率问题 (11) 年龄问题 (12) 数字问题 (13) 日历与数表问题 (14) “超过的部分”问题 (15) 等积问题 (16) 方案设计问题

1. 解方程: (1) $3(x-2)+1=-2$ (2) $\frac{x+3}{6}=1-\frac{3-2x}{4}$ (3) $2x+3(x-1)=2(x+3)$