



初一年级几何计数问题的解法

福建省福州第十八中学象园校区(350005) 邢 超

初一几何中会出现一些简单的计数问题,这些问题通常的做法要对含 n 的等差数列进行求和,而这是高中才会讲到的知识.于是,如何处理此类问题,是初中数学老师需要面对的难题.本文提出一种处理方法,利用高中的对应思想来解决此类问题,希望对初中的数学老师有所启发.先给出解决此类问题要用到的命题:从 n 个不同的对象中任取两个对象,共有 $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$ 种取法.这个命题利用高中排列组合的知识是很好解决的,但是要把它讲授给初一年的学生就不见得那么容易了,需要用到高中排列组合中的分步计数原理(乘法原理),我们此处略去证明.下面我们来看看利用它能解决哪些几何计数问题.

问题一:平面上有 n 个点,问最多能确定几条直线?当任意三点都不在同一条直线上,换句话说,任意两点都确定一条直线时能够确定最多的直线.此时,任意两个点都对应一条直线,有多少种两个点的组合就有多少条直线.根据上述命题,从 n 个点中任取两个点,共有 $\frac{n(n-1)}{2}$ 种取法,所以最多能确定 $\frac{n(n-1)}{2}$ 条直线.

问题二:平面上有 n 条直线,问最多有几个交点?当不出现三条直线都交于同一个点时,有最多的交点.此时,任意两条直线都确定一个点.于是,任意两条直线都对应一个点,由上述命题,从 n 条直线中任取两条直线,共有 $\frac{n(n-1)}{2}$ 种取法,于是共有 $\frac{n(n-1)}{2}$ 个点.

问题三:一条线段上有 n 个点(不包括端点),问一共有几条线段?加上最长的线段的两个端点,一共有

$n+2$ 个点.我们知道任意两个不同的点都对应一条线段,由上述命题可知:从 $n+2$ 个点中任取两个点,共有 $\frac{(n+2)(n+1)}{2}$ 种取法,于是共有 $\frac{(n+2)(n+1)}{2}$ 条线段.

问题四:从一个角的端点处引出 n 条射线(都在角的内部),问一共有多少个角?容易知道:问题中一共有 $n+2$ 条具有公共端点的射线.显然,任意两条射线都对应一个角,由上述命题可知:从 $n+2$ 条射线中任取两条射线,共有 $\frac{(n+2)(n+1)}{2}$ 种取法,于是共有 $\frac{(n+2)(n+1)}{2}$ 个角.

问题五:平面内,有 n 条直线交于同一个点,问一共有多少对对顶角?显然,任意两条直线相交可以产生2对对顶角.我们把两条直线相交而成的图形看作一个基本图形.于是,我们求出有多少基本图形即可.由上述命题可知:从 n 条直线中任取两条直线,共有 $\frac{n(n-1)}{2}$ 种取法,即有 $\frac{n(n-1)}{2}$ 个基本图形,于是一共有 $2 \cdot \frac{n(n-1)}{2} = n(n-1)$ 对对顶角.

我们通过五个问题,说明了如何利用关于 C_n^2 的命题来解决一些几何计数问题.在解决这些问题的过程中,利用了高中数学中常用的对应思想,它在计数问题中常常起着不可替代的作用.对应思想虽然是高中的内容,但是笔者认为在初中阶段让学生接触这一思想是很有好处的,而文中的五个几何计数问题恰恰是讲授这一思想的很好的载体.



“一元一次不等式组”的两次教学设计与反思

备课思路

浙江省临海市杜桥镇学海中学(317016) 王 群

一、第1次教学设计(略去教学过程细节)

环节1:上课开始,大屏幕显示问题:

用每分钟可抽30t水的抽水机来抽污水管里积存的污水.估计积存的污水超过1200t而不足1500t,那么将污水抽完所用时间的范围是什么?

学生通过建模得到: $3x > 1200$, $3x < 1500$.

环节2:引导学生通过类比方程组的概念得到不等式组的概念.

环节3:在学生解简单不等式组的基础上,让学生总结口诀:“同大取大,同小取小;大小小大中间取;大第 96 页

大小小无解了”.然后利用口诀进行解不等式组的题目训练.

环节4:课堂小结.

二、教学后发现的问题

第1次教学后,笔者发现了以下两个问题:

第一,学生知道不等式组 $\begin{cases} x > 3 \\ x < 7 \end{cases}$ 的解集是

$3 < x < 7$,却不知道为什么 $3 < x < 7$ 可以转化为 $\begin{cases} x > 3 \\ x < 7 \end{cases}$.

第二,学生能熟背“同大取大,同小取小;大小小