

· 数学基础精讲 ·

非负数的应用四则

邓超 (福建省福州市第十八中学象园校区 350005)

邓超 福建省福州市人, 2006年6月毕业于闽江学院数学系, 获理学学士学位。同年8月进入福建省福州市第十八中学, 中学数学二级教师。



定理: 如果若干个非负数之和等于0, 则这些非负数都是0.

此定理的证明, 读者可以自己完成.

应用

例1 若 $|x+2|$ 与 $|y-3|$ 互为相反数, 求 $x+y$ 的值.

解 因为 $|x+2|$ 与 $|y-3|$ 互为相反数, 所以

$$|x+2| + |y-3| = 0.$$

又 $|x+2| \geq 0, |y-3| \geq 0,$

所以 $|x+2| = 0, |y-3| = 0.$

于是 $x+2 = 0, y-3 = 0.$

解得 $x = -2, y = 3.$

所以 $x+y = -2+3 = 1.$

例2 已知 $(2a-1)^2 + 2|b-3| = 0,$ 求 a^b 的值.

解 因为 $(2a-1)^2 + 2|b-3| = 0,$

且 $(2a-1)^2 \geq 0, 2|b-3| \geq 0.$

所以 $(2a-1)^2 = 0, 2|b-3| = 0.$

从而 $2a-1 = 0, b-3 = 0.$

解得 $a = \frac{1}{2}, b = 3.$

所以 $a^b = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}.$

例3 已知 x, y 是实数, 且 $\sqrt{3x-4} + y^2 + 6y + 9 = 0,$ 若 $axy - 3x = y,$ 求实数 a 的值.

解 由 $\sqrt{3x-4} + y^2 + 6y + 9 = 0,$ 得

$$\sqrt{3x-4} + (y+3)^2 = 0.$$

又 $\sqrt{3x-4} \geq 0, (y+3)^2 \geq 0,$

所以 $\sqrt{3x-4} = 0, (y+3)^2 = 0.$

从而 $3x-4 = 0, y+3 = 0.$

解得 $x = \frac{4}{3}, y = -3.$

将其代入到 $axy - 3x = y$ 中, 得

$$\frac{4}{3} \times (-3)a - 3 \times \frac{4}{3} = 3,$$

解得 $a = -\frac{7}{4}.$

例4 已知 a, b, c 均为实数, 且 $a+b = 4,$
 $2c^2 - ab = 4\sqrt{3}c - 10,$ 那么 $ab = \underline{\hspace{2cm}}, c^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$

解 由 $a+b = 4,$ 得

$$b = 4 - a,$$

将其代入 $2c^2 - ab = 4\sqrt{3}c - 10,$ 消去 b 整理后, 得

$$2c^2 - 4\sqrt{3}c + a^2 - 4a + 10 = 0,$$

它可以变形为

$$2(c^2 - 2\sqrt{3}c + 3) + a^2 - 4a + 4 = 0,$$

利用完全平方公式, 得

$$2(c - \sqrt{3})^2 + (a - 2)^2 = 0.$$

又 $2(c - \sqrt{3})^2 \geq 0,$

$$(a - 2)^2 \geq 0,$$

所以 $(c - \sqrt{3})^2 = 0, (a - 2)^2 = 0,$

从而 $c - \sqrt{3} = 0, a - 2 = 0,$

解得 $c = \sqrt{3}, a = 2.$

所以 $b = 4 - a = 4 - 2 = 2.$

故 $ab = 4, c^2 = 3.$